Avigad, Jeremy, Computers in mathematical inquiry, in Mancosu, Paolo, Ed., *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford & New York: Oxford University Press, 2008, 302-316

Mots clés

Preuve, démonstration, ordinateur.

Domaines objet

Mathématiques.

Résumé

L'auteur examine les usages que les mathématiciens font des ordinateurs, et les problèmes épistémologiques qui s'en suivent. Il distingue deux directions majeures à explorer: d'abord, la question de la certitude en mathématique et l'« évidence » que les outils informatique peuvent fournir quant à la vérité d'un énoncé ou la validité d'une preuve. Ensuite, la question de la compréhension des objets mathématiques et des preuves même. Il conclut par un plaidoyer pour l'inclusion de ces problématiques dans une philosophie générale des mathématiques et non pour une philosophie propre à ces mathématiques expérimentales.

Développements

1/ L'auteur note l'importance croissante qu'occupent les ordinateurs dans l'activité des mathématiciens, et des scientifiques en général. Il avance que l'ordinateur peut intervenir dans des contextes de découverte et/ou de justification en mathématiques. Dans la première catégorie, il range entre autres les opérations de calcul « brut » ou les représentations graphiques pour tester des hypothèses, suggérer des conjectures, ou aider à la compréhension de systèmes donnés. Dans la seconde catégorie, l'auteur classe les preuves par ordinateurs où l'on vérifie des énoncés, comme celle du théorème des 4 couleurs (1977). Ces usages posent des (nouveaux ?) problèmes épistémologiques. On peut donc s'interroger sur le statut et la légitimité des preuves obtenus à l'aide d'ordinateurs.

2/ Dans la philosophie classique des mathématiques, une preuve est généralement considérée comme un argument déductif avec des inférences valides à partir d'axiomes. Cependant ce modèle est « idéal » et ne tient pas compte de la pratique. En réalité, les preuves « ordinaires » que nous lisons dans les journaux scientifiques ne suivent pas nécessairement ce modèle. Ces preuves sont reconnues comme telles par des agents avec leurs limites physiques et calculatoires. Par ailleurs, ce modèle classique ne rend compte que de la « justesse » de la preuve, alors que l'on peut s'intéresser à d'autres aspects comme la compréhension qu'un type de preuve peut nous donner d'un énoncé. D'où l'intérêt de prouver de façons différentes un même théorème.

3/ L'usage des ordinateurs pose des problèmes philosophiques liés à ces deux points : d'abord la capacité des ordinateurs à fournir une « évidence » des preuves mathématiques et ensuite la capacité des ordinateurs à fournir une « compréhension » mathématique. Ainsi, l'usage des méthodes heuristiques par ordinateur pour vérifier qu'un énoncé est « probablement » vrai pose la question de l'induction en mathématiques et le statut des énoncés non prouvés mais considérés plausibles. Doit-on les exclure du champ des mathématiques ? Peut-on proposer une théorie de la croyance en mathématiques ? Peut-on distinguer des niveaux de plausibilité ? Par ailleurs l'usage de méthodes visuelles peut permettre de mieux « voir » les propriétés d'un objet mathématique, pose la question de la compréhension en mathématiques, bien que cette notion ait besoin d'une définition plus précise vu les usages variés dont elle a fait l'objet.

4/ L'auteur conclut en plaidant d'abord pour un rôle plus actif des philosophes des mathématiques, notamment pour les besoin des mathématiciens travaillant avec des ordinateurs. Ensuite, il appelle à une (meilleure) philosophie générale des mathématiques incluant les mathématiques expérimentales (par ordinateur) et non à une philosophie des mathématiques spécifique pour le cas des mathématiques avec ordinateur.

Démarches

Réflexions sur les pratiques liées à l'usage des ordinateurs en mathématiques, basées sur une revue de la littérature existante sur ce sujet.

Cette notice a été réalisée par Amirouche Moktefi : moktefi@unistra.fr