Azzouni, Jody, How and why mathematics is unique as a social practice, in Van Kerkhove, B. & J.-P. Van Bendegem, Ed., *Perspectives on Mathematical Practices: Bringing Together Philosophy of Mathematics, Sociology of Mathematics, and Mathematics Education*, Dordrecht: Springer, 2007, 3-23

Mots clefs (de l'auteur)

Consensus, mathematical proof, socially-constructed objects, drift, mature mathematics, contemporary mathematics.

Domaine d'objet

Mathématiques.

Résumé de l'auteur

Difficulties are raised for views that explain consensus in mathematics using only sociological pressure. Mathematical proof is sociologically very peculiar, when compared to other socially constrained practices. A preliminary analysis of the factors that have been at work historically in the "benign fixation of mathematical practice" are then exhumed: dispositions, implicit applications, an implicit logic, all play a role.

Développements

1. Il est évident que « faire » des mathématiques (comme tant d'autres activités) est une activité « sociale » et qu'à ce titre les sociologues peuvent bien s'y intéresser et se demander comment le consensus est atteint entre les individus qui en font (les mathématiciens). Avant de s'attarder sur les pratiques mathématiques proprement, il faut cependant relever deux présuppositions majeures de ce type d'études sociologiques sur l'émergence de consensus dans une communauté: d'abord, elles présupposent l'existence de plusieurs comportements (pratiques) alternatifs (alternatives) possibles, et ensuite elles assument que l'étude de l'activité sociale des acteurs permet d'identifier les facteurs qui amènent à exclure certaines pratiques possibles au bénéfice d'autres pratiques.

2. Il y a deux différences majeures entre les pratiques des mathématiciens et celles de tout autre groupe social. La première particularité des mathématiques est qu'on n'y trouve pas la variété de pratiques qu'on peut rencontrer dans d'autres activités (cuisine, habillement, etc.). C'est particulièrement vrai dans le cas des mathématiques jusqu'à la fin du 19ème siècle. Des mathématiciens peuvent utiliser des méthodes (ou notations) différentes, mais des mathématiciens travaillant avec une méthode donnée ne renieraient pas les résultats obtenus par d'autres mathématiciens travaillant avec une méthode différente. La seconde particularité des mathématiques est l'omniprésence des erreurs. Il y est facile de commettre une erreur mais tout aussi facile de la reconnaître, une fois détectée par soi ou d'autres. On n'a donc pas en mathématiques la situation où un consensus reposant sur une erreur partagée peut mener à une pratique différente. Les mathématiques sont, pour ainsi dire, robustes. Nous appellerons cette homogénéité des pratiques mathématiques : « the benign fixation of mathematical practice ».

3. Il est difficile d'expliquer cette robustesse des pratiques mathématiques. On serait tenter de faire appel au platonisme, mais cela n'explique pas la « fixation » de notre perception de ces objets mathématiques. Par ailleurs, il n'est pas sûr que nous ayons utilisé les mêmes pratiques mathématiques pour les mêmes raisons à travers les différentes périodes historiques.

4. On peut s'interroger sur la place de certaines dispositions innées (communes à tous) dans la fixation des mathématiques. Si l'on s'intéresse aux premières (historiquement) pratiques mathématiques, le comptage et la somme, on dira qu'elles suggèrent deux dispositions psychologiques : la capacité d'exécuter un algorithme, et la capacité à l'enseigner de sorte que deux personnes puissent l'exécuter de la même manière. On peut surtout penser, dans ce même cas, que nous avons des capacités innées d'exécuter certains algorithmes particuliers, ce qui explique nos capacités de compter et faire des petites sommes, quelles que soient nos cultures.

5. Ces dispositions n'expliquent pas cependant la persistance de la fixation mathématique au-delà des mathématiques élémentaires ou informelles. On notera notamment une grande continuité dans ce qu'on pourrait appeler les mathématiques « matures », allant d'Euclide au début du vingtième siècle. Parmi les facteurs qui y contribuèrent, l'auteur souligne les domaines empiriques d'application des mathématiques, notamment l'arithmétique et la géométrie. Un second facteur en est la « canonisation » de la logique (implicite) sous-jacente à ces mathématiques.

6. Les mathématiques « contemporaines » (à partir du vingtième siècle) en revanche rompent avec les pratiques mathématiques en usage jusque là, sur les mêmes points précédents : d'abord en substituant à la logique classique (implicite), toute procédure (suivant quelque logique que ce soit) de preuve automatique et complètement explicite. Ensuite, cette rupture consiste à admettre l'exploration de domaines mathématiques totalement indépendants de toute application empirique. En explicitant la logique sous-jacente à ses méthodes de preuve et en s'affranchissant des applications empiriques, on voit donc cohabiter une multitude de systèmes mathématiques (logiquement incompatibles).

Notice rédigée par Amirouche Moktefi : amirouche.moktefi@gersulp.u-strasbg.fr