DIALOGUES DE RECHERCHE DE CONDITIONS

Laurent Keiff
Université Lille 3

Ce travail se situe dans la perspective de l'approche dialogique de la logique, telle qu'on la trouve présentée dans Lorenzen et Lorenz [1978], Rahman [1993], Rahman et Rückert [2001b], Rahman et Keiff [2004]. Les SSD (*Structure Seeking Dialogues*) sont une forme heuristique de dialogue, dans laquelle une formule donnée génère les conditions structurelles de sa propre validité. Ce type de dialogue est conçu comme un cas d'application du *leitmotiv* pluraliste pragmatique, selon lequel c'est le contexte qui détermine la logique adéquate. Notre but ici est de présenter une version légèrement améliorée du système SSD introduit dans Rahman et Keiff [2004].

Dans une première section, nous motiverons le système SSD à partir du problème classique de l'abduction. Dans la section suivante, nous introduirons une version dialogique du langage modal hybride de Blackburn, et dans une troisième section, nous détaillerons le système dialogique SSD.

1. MOTIVATION

On définit habituellement un problème d'abduction ces termes[1] : soit $\sum$ un ensemble de prémisses, δ une notion de conséquence, et A une proposition telle qu'il ne soit le cas ni que $\sum\Box A$, ni que $\sum\Box\neg A$. Le problème consiste à trouver un ensemble σ de prémisses tel que $\sum\cup\sigma\Box A$. Un problème similaire pourrait être formulé ainsi : soit Φ un système formel de référence tel que, pour une proposition A donnée, on n'ait ni $\Box_{\Phi}A$ ni $\Box_{\Phi}\neg A$. Le problème serait alors de

[1] Cf. Cialdea Mayer & Pirri [1996] par exemple.

dériver de Φ un système formel Ψ tel que $\Box_{\psi}A$. Pour que leur solution ait une signification épistémique ou cognitive, les problèmes d'abduction sont contraints par des considérations de pertinence et d'économie ; ainsi, dans la première formulation, l'ensemble σ recherché doit correspondre à un critère de minimalité dont la définition varie d'une théorie à l'autre. Nous présentons ici un traitement dialogique d'une forme bien particulière du problème d'abduction et de la notion de minimalité.

Les SSD, dans la forme élaborée ici, ont pour objet d'étudier dynamiquement comment on peut déterminer une structure (ou plus précisément une classe de structures) dans laquelle une proposition donnée est valide. On peut donc les concevoir comme capturant une forme de raisonnement abductif. Plus généralement, les SSD appartiennent à une famille de systèmes formels dans lesquels il est possible de modifier la sémantique au niveau du langage-objet. L'observation qui est à la racine de la formulation des SSD est la suivante : il est fréquent que l'on considère, dans l'exercice concret de la logique, une formule sans qu'elle soit coordonnée à un système formel déterminé. L'exemple principal que nous allons développer dans ce chapitre est celui des logiques modales. N'importe qui, pourvu d'un *modicum* de logique modale, reconnaît facilement que $(\Box A \wedge \Box B) \rightarrow (A \vee B)$ n'est pas un théorème de K. L'intuition fondamentale que nous suivons ici est que cette reconnaissance est en fait une inférence (et non simplement un acte récognition tributaire de la mémoire, dont on ne voit pas bien comment il pourrait fonctionner). Les SSD sont une tentative de reconstruction explicite de la logique de ce mode d'inférence, dont la prémisse est la validité (*en un sens encore indéterminé*) d'une formule[2] et la conclusion la validité (*en un sens déterminé*) de cette même formule.

Il est clair qu'un tel mode d'inférence, s'il faut le prendre philosophiquement au sérieux, présuppose un pluralisme dont le

[2] De ce point de vue, les SSD supposent un genre de formalisme particulier. La formule est une séquence de signes qui ne sont ni ininterprétés, ni complètement interprétés. L'interprétation des signes est esquissée dans un système de règles, et ces règles peuvent être modifiées en fonction des exigences de la structure interne de la formule conjointe à l'hypothèse métathéorique de sa validité.

sens est désormais double : (i) une même formule peut être valide ou non, selon le système par lequel on donne à cette notion un contenu formel ; (ii) en un sens précis, le raisonnement sur des formules dont la sémantique n'est pas complètement déterminée, ou dont la sémantique change, est bien un raisonnement logique.

En ce deuxième sens, le pluralisme conteste radicalement la distribution des rôles, très largement reçue, entre syntaxe, sémantique et pragmatique. Selon cette distribution, que l'on doit essentiellement à Morris (et qui s'inscrit dans le cadre général de la théorie de la signification de Frege), la syntaxe est une théorie du rapport des signes entre eux, la sémantique une théorie du rapport des signes aux objets, et la pragmatique une théorie du rapport entre les signes et les sujets qui en font usage. En premier lieu, du point de vue dialogique, la syntaxe pure n'existe pas. La manipulation aveugle de signes ininterprétés est une notion vide de sens : la signification est précisément donnée par les règles de manipulation. D'autre part, la distinction entre sémantique et pragmatique ne correspond plus à l'irruption du locuteur dans une théorie du langage qui jusque là était indépendante de lui. Chaque formule trouve sa signification dans le contexte d'un jeu, cette signification dépend donc toujours du joueur qui énonce la formule. Cela ne signifie pas pour autant que la distinction entre sémantique et pragmatique n'ait aucun intérêt théorique, simplement, elle s'effectue par d'autres moyens. C'est par la considération des règles du dialogue que procède la dialogique. L'objet propre de la sémantique, ce sont les dialogues dont les règles sont complètement déterminées, alors que la pragmatique s'intéresse aux dialogues incomplètement réglés, ou encore dont les règles peuvent changer. De ce qui précède, il ressort clairement que, du point de vue dialogique (même pour les dialogues purement formels), il est impossible d'éliminer le sujet de la connaissance : les dialogues sont pragmatiques.

Les SSD mettent en jeu, sous la forme de propositions, des règles structurelles[3] du dialogue. Une fois propositionnalisées, les

---

[3] Les règles structurelles correspondent aux règles du même nom dans le contexte des calculs de séquents. Elles décrivent les conditions générales du dialogue, par opposition aux règles de particule, déterminant la sémantique locale. Voir l'*Annexe*

règles structurelles se convertissent en prémisses du raisonnement, et en ce sens les SSD correspondent à la première forme du raisonnement abductif. Cependant, le contenu propositionnel de ces prémisses reste dicté par des considérations métalogiques, c'est-à-dire qu'il est une traduction dans le langage-objet de certains aspects des règles du dialogue. Autrement dit, ces prémisses ont bien pour objet de *décrire un mode d'inférence*, et non simplement de conditionnaliser la vérité d'une proposition. Ce qui est en jeu ici, c'est bien le rapport entre les aspects implicites et explicites de l'inférence logique. En effet, du point de vue dialogique, expliciter une règle sous la forme d'une formule mise en jeu au sein du langage-objet, c'est faire d'une règle (jusqu'ici admise tacitement) l'objet même du débat. Une partie des règles est donc fixée par un accord implicite des joueurs, et elle détermine une partie de la signification globale (structurelle) de la formule en jeu. L'autre partie, qui était implicitement acceptée, est maintenant une partie explicite du jeu, qu'il est possible de modifier, ce qui engendrera une altération pragmatique de la signification globale de la formule. Le jeu s'arrêtera cependant lorsqu'une sémantique, dans laquelle la formule initiale du raisonnement abductif est valide, sera complètement déterminée.

Nous allons nous concentrer sur un cas simple : la seule règle mise en jeu dans le dialogue sera la règle d'accessibilité des contextes dialogiques, dans le cadre de la dialogique modale[4].

2. HYBRIDATION ET SSD

Si le SSD porte sur la règle d'accessibilité, il nous faut pouvoir exprimer la relation d'accessibilité au sein du langage-objet. Cela

---

de l'article de S. Rahman dans le présent volume pour une discussion plus détaillée. Toutes nos références à l'Annexe renvoient à celle-ci.

[4] Cette règle est l'équivalent dialogique des *frame conditions* de la logique modale kripkéenne. C'est d'ailleurs pour cette raison que les SSD portent ce nom.

signifie en premier lieu qu'il nous faut enrichir notre langage[5] de telle façon que l'on puisse directement faire référence aux contextes et à leurs relations, au sein du langage objet, c'est-à-dire du dialogue. Une extension en ce sens du langage modal existe déjà sous le nom d'*hybridation*, développée par Blackburn, Marx, Seligman *et alii*.[6] Pour notre propos, nous aurons essentiellement besoin d'une version adaptée[7] des nominaux, et de l'opérateur de satisfaction @.

2.1 NOMINAUX

Les nominaux, dont le concept (d'après Blackburn [2001]) remonte à Prior, sont des formules élémentaires, dont le rôle est de désigner univoquement un contexte. Soit **NM** une fonction assignant à chaque contexte d'indice *n*, introduit au cours du dialogue, une formule élémentaire ν_n.[8] Les formules élémentaires ν assignées par **NM** sont appelées nominaux, et le contexte *n* est considéré comme la *dénotation* de la formule ν_n. L'introduction des nominaux appelle deux règles structurelles particulières :

(SR-ST1SSD)(*règle d'usage des nominaux*) : X-ν_n ne peut être joué que dans le contexte dialogique *n*. Le joueur soumis à la restriction formelle[9] ne peut utiliser un nominal que s'il a été introduit au préalable par un joueur non soumis à cette restriction.

---

[5] C'est-à-dire le système de jeu incluant les règles de particule et les règles structurelles de la dialogique classique, ainsi que les règles de particule pour les opérateurs modaux et , et les règles structurelles SR-ST6.1M et SR6ST6.2KM. (Voir Annexe).

[6] Dans ce qui suit, nous ferons référence, chaque fois que possible, à l'article introductif Blackburn et Seligman [1998]. Il existe cependant une littérature très abondante sur le sujet, dont une bonne partie est disponible en ligne sur le site http://www.hylo.net/

[7] Voir cependant la remarque à la fin de la section 2.2.

[8] Voir la section suivante pour une discussion plus détaillée de l'usage de ces indices.

[9] Au début du dialogue, c'est toujours **P** qui est soumis à la restriction formelle. Nous verrons plus loin que les SSD, comme la dialogique connexive, autorisent un changement de cette situation.

Cette règle appelle une définition précise de la notion d'introduction d'un nominal :

Définition (***introduction d'un nominal***) : un nominal est *introduit* par un joueur lorsque (i) il est utilisé pour répondre à une attaque ; (ii) l'indice du contexte dialogique qu'il dénote est utilisé pour attaquer un opérateur modal de nécessité ; ou (iii) lorsqu'un joueur se défend d'une attaque contre un opérateur de possibilité dans le contexte qu'il dénote.

Il nous faut maintenant définir l'usage de l'opérateur @, afin d'hybrider notre langage **L**. Syntaxiquement d'abord :

Soit m un indice de contexte dialogique, c'est-à-dire une séquence finie d'entiers, de forme $n.o.p...$, et soit i une variable libre dont le domaine est l'ensemble des indices de contextes dialogiques. $@m$ ou $@i$ peuvent être ajoutés à toute *ebf* de **L** pour former une nouvelle *ebf* : si A est une *ebf* de **L**, possiblement complexe, $@mA$ et $@iA$ sont des *ebf*. Quelque soient A et B deux *ebf* de **L** et * un connecteur dyadique (c'est-à-dire $*\in\{\wedge, \vee, \rightarrow\}$), $@mA*@mB$ peut être écrit $@m(A*B)$, et $@iA*@iB$ peut s'écrire $@i(A*B)$.

L'idée directrice derrière l'opérateur @ est de permettre de mentionner dans le langage-objet un contexte déterminé, ou une classe déterminée de contextes. Cela permet, entre autres[10], dissocier l'assertion de la possibilité de défendre la formule A dans un contexte dialogique m (ou dans n'importe quel contexte) et le contexte n où cette assertion est faite, qui peut bien entendu être distinct de m.

Ainsi, X-$@mA$ (ou X-$@iA$) peut être assertée dans tout contexte dialogique n (éventuellement distinct de m), et sa signification dialogique locale revient pour le joueur X à affirmer qu'il est disposé à défendre A dans le contexte m (ou dans tout contexte m choisi par Y).

Il nous faut donc deux règles de particule pour l'opérateur @, selon qu'il est associé à un index déterminé ou à une variable libre[11] :

---

[10] Le pouvoir expressif des logiques hybrides est remarquable. Voir à ce sujet Blackburn et Seligman [1998].

[11] Cette distinction de deux règles correspond à la distinction, dans la littérature hybride, entre les nominaux et les variables d'état (*state variables*). Voir par exemple Blackburn et Seligman [1998].

Règle de particule @ (*avec un index instancié*) : d'une formule de forme $@mA$, où m est l'indice d'un contexte dialogique, suit un état de jeu modal $<R, \sigma, A, \lambda_{A/m}>$, en réponse au coup $?_@$ de l'attaquant, où m est l'indice d'un contexte dialogique stipulé par $@m$.

Règle de particule @ (*avec une variable libre*) : d'une formule de forme $@iA$, où i est une variable libre[12] dont le domaine est l'ensemble des indices des contextes dialogiques, suit un état de jeu modal $<R, \sigma, A, \lambda_{A/m}>$, en réponse au coup $?_{i/m}$, de l'attaquant, où m est l'indice d'un contexte dialogique choisi par l'attaquant. Si la formule A contient un nominal de forme ν_i, la variable i sera instanciée conformément au choix de l'attaquant stipulé par le coup $?_{i/m}$.

Cette sémantique locale doit maintenant être complétée par une règle structurelle déterminant les contextes dialogique éligibles pour jouer une attaque contre un opérateur @ :

(SR-ST2SSD) (*règle d'attaque @*) : lors d'une attaque contre $@i$, X peut choisir n'importe quel indice pour instancier la variable i.

2.2 LES HYPOTHÈSES STRUCTURELLES

Rappelons que dans le cas qui nous intéresse ici, la seule règle en jeu est la règle (SR-ST6.3M)[13], restreignant les choix de **P** dans les dialogues modaux. Cette règle correspond aux *frame conditions* de la littérature standard, c'est-à-dire qu'elle permet de distinguer entre les différents systèmes en altérant l'accessibilité entre les contextes. Les caractéristiques de cette règle peuvent être exprimées au sein du langage propositionnel modal hybride que nous venons d'introduire. On trouve dans la littérature sur la logique hybride, dans Blackburn [2001] par exemple, ces formulations, que nous désignerons sous le terme de *hypothèses structurelles*[14] :

---

[12] Bien entendu, il est toujours possible de combiner l'opérateur @ et les quantificateurs, comme cela se pratique en logique hybride. (Voir Blackburn et Seligman [1998]).

[13] Voir *Annexe*.

[14] Un des arguments frappants en faveur de l'hybridation des langages modaux est que ces langages ont la capacité d'exprimer propositionnellement (c'est-à-dire dans le langage-objet) des propriétés métathéoriques que les langages modaux habituels

Réflexivité :	$@i\Box\ \nu_i$
Symétrie:	$@i\Box\ \Box\ \nu_i$
Transitivité :	$\Box\ \Box\ \nu_i \rightarrow \Box\ \nu_i$
Densité :	$\Box\ \nu_i \rightarrow \Box\ \Box\ \nu_i$
Euclidianité :	$(\Box\ \nu_i \wedge \Box\ \nu_j) \rightarrow (@i\Box\ \nu_j \vee @j\Box\ \nu_i)$
Sérialité :	$\Box\ \nu_c$

Pour comprendre la signification de ces formules, il convient de prendre en compte la situation suivante : on veut énoncer les hypothèses structurelles en toute généralité. Cela signifie que les noms de contextes qui composent ces hypothèses sont remplacés par des variables. Afin de permettre aux joueurs de déterminer de façon dynamique quels sont les contextes qui sont désignés par les variables, nous allons considérer que *dans le langage objet*,[15] ν_c et ν_i sont des expressions contenant une variable libre dont la signification (c'est-à-dire le jeu associé) correspond à une quantification (respectivement existentielle et universelle). Une formule de forme $\Box A$, où $\Box$ est un opérateur modal et A est une formule contenant une expression quantifiée de forme ν_c ou ν_i ne peut donc être associée à une proposition (c'est-à-dire engendrer un dialogue) qu'à la condition préalable que le nominal soit instancié. Ceci appelle deux règles de particules :

Règle de particule (ν_c) : lorsqu'une formule assertée par X dans un dialogue contient au moins un nominal de forme ν_c, en réaction à l'attaque Y- $?_c$, s'ensuit un état de jeu $<R, \sigma, A_{c/n}>$ où R et σ sont définis comme d'habitude et $A_{c/n}$ est le produit de la substitution du nominal ν_n à l'expression ν_c dans la formule A, avec n l'indice d'un contexte dialogique choisi par le défenseur X= !.

Règle de particule (ν_i) : lorsqu'une formule assertée par X dans un dialogue contient au moins un nominal de forme ν_i, en réaction à l'attaque Y- $?_{i/n}$, s'ensuit un état de jeu $<R, \sigma, A_{i/n}>$ où R et σ sont définis comme d'habitude et $A_{i/n}$ est le produit de la substitution du nominal ν_n à l'expression ν_i dans la formule A, avec n l'indice d'un contexte dialogique choisi par l'attaquant Y= ?.

---

ne peuvent exprimer (par exemple, l'antisymétrie de la relation d'accessibilité : $@i\Box\ \neg\Box\ \nu_i$).

[15] Dans le métalangage, c'est-à-dire dans notre texte, lorsque nous voudrons désigner un nominal quelconque, nous utiliserons spécifiquement l'indice n.

Chacune des formules que nous avons désignées comme hypothèses structurelles, lorsqu'elle est assertée, engendre un dialogue dans lequel la propriété correspondante de la relation d'accessibilité est *concédée* ou *exhibée* (voir les exemples fig. 1 et 2). Formulons la règle stipulant les conditions auxquelles l'accessibilité d'un contexte est concédée :

(**SR-ST3SSD**) (**Règle de concession d'accessibilité**) : lorsque le joueur qui n'est pas soumis à la restriction formelle a introduit un contexte dialogique n en réaction à une formule modale assertée dans un contexte m[16], le joueur soumis à la restriction formelle peut alors choisir le contexte n pour attaquer ou défendre une formule modale assertée dans le contexte m.

Toutes les hypothèses structurelles que nous avons données expriment des propriétés de la relation d'accessibilité entre contextes dans les systèmes modaux normaux (dans lesquels il existe une stratégie de victoire pour **P** pour toute formule de forme $\Box A$ où A est une formule pour laquelle **P** a une stratégie de victoire). Il n'existe pas, à notre connaissance, de formulation hybride des propriétés de la relation d'accessibilité des systèmes modaux non normaux. Examinons un exemple : D'abord, un dialogue complet, dans lequel sous la condition de réflexivité, **P** gagne la formule T.

---

[16] C'est-à-dire : (i) soit qu'il utilise n pour instancier une attaque de forme $?_{\approx/n}$ contre une formule de forme $\approx A$ jouée par son adversaire en m, ou (ii) soit qu'il défende en m une assertion de forme $\Box A$, jouée en m.

Ctx	**O**			**P**			*ctx*
					$@_i\Diamond\nu_i\rightarrow(\Box A\rightarrow A)$	0	1
1	1	$@_i\Diamond\nu_i$	0		$\Box A\rightarrow A$	2	1
1	3	$\Box A$	2		A	12	1
1	5	$@_1\Diamond\nu_1$		1	$?_{i/1}$	4	1
1	7	$\Diamond\nu_1$		5	$?_{@}$	6	1
1	9	ν_1		7	$?_{\Diamond}$	8	1
1	11	A		3	$?_{\Box/1}$	10	1

Fig. 1 : **P** gagne T sous condition de réflexivité.

Commentaire : le dialogue s'engage sur l'assertion par **P** de la validité de T sous condition de la formule exprimant la propriété structurelle de réflexivité au niveau du langage objet. **O** concède la formule et attaque T en concédant l'antécédent. **P** ne peut se défendre, parce que **O** n'a pas concédé la formule *A* en 1. Mais il peut demander à **O** d'instancier $@_i\Diamond\nu_i$ en 1 (coup (4)), ce que fait **O** au coup (5). Attaquant la possibilité (coup (8)), **P** force **O** à se défendre en 1 avec le nominal dénotant ce contexte, concédant explicitement l'accessibilité réflexive de 1 depuis 1 (coup (9)). **P** peut alors attaquer la nécessité assertée en (3), obtenir la concession de *A* en 1, et gagner le dialogue en se défendant contre l'attaque (3).

Remarque :

Une des vertus des langages hybrides est leur capacité à exprimer au niveau du langage objet des informations qui appartiennent en général au métalangage. Ce transfert vers le langage objet a pour nom internalisation[17]. Dans un dialogue modal, les assertions sont associées à un contexte, c'est-à-dire à un indice

[17] Sur le sujet, voir par exemple Seligman [2001].

de nature métalinguistique (c'est pourquoi les indices sont notés dans une colonne distincte). Il est possible d'utiliser les ressources du langage hybride pour éliminer l'interférence entre le métalangage et le langage objet. Mais notre intention ici est toute différente. Il nous a semblé plus opportun d'utiliser les nominaux pour capturer dans le processus du dialogue la dynamique du passage entre le moment où les règles de l'argumentation restent implicites (alors que la sémantique est encore indéterminée), et le moment de l'explicitation (où une propriété sémantique du jeu est assertée dans le dialogue, au moyen d'une formule hybride convenablement instanciée). Les SSD ont précisément pour objet l'interférence (c'est-à-dire les échanges) entre le métalangage (les caractères implicites du raisonnement) et le langage objet (le contenu explicite des assertions).

3. DIALOGUES DE RECHERCHE DES CONDITIONS

3.1 FORMULATION DE LA THÈSE

Pour permettre aux joueurs de mettre en jeu les règles du jeu, dans le sens que nous avons mentionné plus haut, il nous faut encore enrichir notre langage de l'appareillage formel suivant : une séquence Δ (chaque SSD étant coordonné à une telle séquence), et les opérateurs $\{\Delta\}$ et **Min**.

Les opérateurs spécifiques

Pour des raisons sur lesquelles nous reviendrons, un SSD se déroule dans les limites d'une séquence Δ de conditions structurelles, parmi lesquelles les joueurs peuvent choisir. La séquence Δ est formellement introduite ainsi :

Définition (séquence Δ) : Soit k un entier non nul arbitrairement donné, et Δ une séquence finie de k hypothèses structurelles. Soient les δ_i (pour i=0 jusqu'à k-1) les éléments de Δ. Pour qu'un SSD puisse être coordonnée à un Δ, il doit exister un ordre strict entre les sous-ensembles de Δ.

Il y a un cas particulier d'hypothèse structurelle : celle qui engendre un jeu avec les règles pour K. La relation d'accessibilité entre contextes, dans K, n'ayant aucune propriété particulière, on utilisera une hypothèse structurelle vide notée K, fonctionnant comme une formule élémentaire à usage unique[18]

Par la formule $A_{\{\Delta\}}$, on indique que la formule A sera la thèse d'un SSD coordonné à la séquence donnée Δ. On désignera la formule A sous le nom de *fragment propositionnel* [19]de la thèse du SSD. L'opérateur $_{\{\Delta\}}$ dans $A_{\{\Delta\}}$ peut être conçu comme une sorte de quantificateur existentiel portant sur les conditions auxquelles A est valide. On peut aussi le lire comme un opérateur modal (cf. section 1.5). Le joueur qui asserte $A_{\{\Delta\}}$ affirme du même coup qu'il existe dans la séquence Δ au moins une (conjonction non commutative de) condition(s) structurelle(s) minimale(s) et suffisante(s) pour gagner un dialogue pour A. Voici la règle de particule pour cet opérateur :

Règle de particule $_{\{\Delta\}}$: d'une formule de forme $A_{\{\Delta\}}$ suit un état de jeu SSD $\langle R, \sigma, \mathbf{Min}(\delta_n A), \lambda\rangle$, en réponse au coup $?_{\{\Delta\}}$ de l'attaquant, où $\delta_n \in \Delta$ et a été choisi par le défenseur.

Le rôle de l'opérateur **Min** est de permettre de construire des formules de forme **Min**(δn,A), que nous appelons *énoncés structurels* (STS). A chaque STS (il est possible d'en jouer autant qu'il y a d'éléments dans Δ), le joueur explicite les conditions structurelles dont il faisait l'hypothèse en jouant la formule $A_{\{\Delta\}}$, tout en ajoutant une clause de minimalité. Cette clause a pour rôle d'établir une connexion de pertinence entre les conditions assumées et la formule A. Sans cette clause, il serait facile à **P** de poser systématiquement toutes les hypothèses contenues dans Δ, quitte à produire un système inconsistant (dans lequel la victoire est assurée pour toute formule A). L'idée directrice pour la sémantique de l'opérateur Min est qu'il donne à l'autre joueur deux possibilités d'attaque, parce qu'il affirme deux choses. L'attaquant peut : (i)

---

[18] Voir l'exemple, fig. 3.

[19] Désigné ainsi parce qu'en dernière analyse, le SSD a pour rôle d'associer à cette formule une sémantique dialogique, et donc de lui associer une *proposition* déterminée.

concéder δ_i, et attendre que X prouve la thèse, ou bien (ii) contre-attaquer en affirmant que la thèse peut être gagnée avec un ensemble de hypothèses de rang inférieur à celui explicité par X. Dans ce cas, le jeu se poursuit dans un sous-dialogue dans lequel l'attaquant commence, et doit prouver la formule dans un jeu soumis à des conditions structurelles qu'il stipule dès le départ. L'attaquant (qui a asserté la thèse du sous-dialogue) *est désormais soumis à la restriction formelle*, alors que son adversaire en est libéré. La sémantique est complètement fixée par l'attaque qui ouvre le sous-dialogue, il n'est donc plus permis de faire un STS.

Avant de déterminer les règles pour l'opérateur Min, définissons la notion d'*état de jeu SSD*

Définition (*état de jeu SSD*) : Un état de jeu SSD pour une formule A est un quintuplet $\langle R, \sigma, A, \lambda, \psi \rangle$, où R, σ, A et λ sont définis comme pour l'état de jeu modal, et ψ est une assignation de sous-dialogues SSD aux formules (on écrit ψ/d pour exprimer que ψ assigne le sous-dialogue SSD d à la formule notée A dans l'état de jeu SSD).

Règle de particule Min : d'une formule de forme $\mathbf{Min}(\delta_m, A)$, où A est une formule et $\delta_m \in \Delta_m$, suit soit un état de jeu SSD $S=\langle R, \sigma, \delta_m, \lambda, \psi \rangle$, en réponse au coup δ_m de l'attaquant, ou un état $S'=\langle R', \sigma, (\delta_n \rightarrow A), \lambda, \psi/d \rangle$, où d est un nouveau sous-dialogue SSD. Que le jeu se poursuive avec S ou S' dépend du choix de l'attaquant.

L'idée est de déterminer dynamiquement, au cours du processus de jeu, quelles sont les conditions structurelles nécessaires et suffisantes pour gagner. Aussi est-il permis à **P** de se défendre plusieurs fois de suite, avec des coups **P**-$\mathbf{Min}(\delta_m, A)$ différents et cumulatifs, contre l'attaque $?_{\{\Delta\}}$. On peut interpréter cela en disant qu'il y a un moment classique dans tout SSD. Mais on peut aussi y voir une conséquence du fait que Δ est une séquence finie, ce qui assure la fiabilité des règles classiques[20].

[20] La notation $A_{\{\Delta\}}$ que nous avons introduite a pour rôle de simplifier l'écriture des SSD. On pourrait lui donner une expression formellement plus correcte en utilisant les quantificateurs restreints, ce qui donnerait pour une formule A :

$$\exists(\delta_i \subseteq \Delta)((\delta_i \rightarrow A) \wedge \forall(\delta_{j \neq i} \subseteq \Delta)(\mathbf{F}((\delta_j < \delta_i) \rightarrow A))),$$

où δ_i est un sous ensemble non vide de Δ. Lorsque δ_i contient plus d'un élément, il constitue une conjonction non commutative. L'opérateur **F** est l'opérateur

(SR-ST4SSD) (*règle d'attaque* $_{\{\Delta\}}$) : même lorsque le dialogue se joue avec les règles intuitionnistes, **P** a le droit de se défendre plusieurs fois – mais avec des choix différents – contre l'attaque $?_{\{\Delta\}}$ contre la thèse du SSD.

La possibilité d'inverser la répartition des rôles quant à la règle de restriction formelle exige une règle supplémentaire, directement inspirée par les techniques utilisées pour la logique connexive. Notamment, les variables de joueur X et Y seront indicées f et nf, signifiant respectivement « jouant sous RF » et « ne jouant pas sous RF ».

(SR-ST5SSD) (*règle formelle SSD*) : Au départ d'un dialogue pour A, c'est **P** qui joue sous RF. Si X joue sous restriction formelle dans un sous-dialogue SSD donné, il ne peut jouer une formule élémentaire qui n'a pas été introduite au préalable, dans le même sous-dialogue, par Y. De façon duale, aucun autre changement n'intervient dans l'application de la restriction formelle que celui induit par la règle SR-ST7SSD.

Deux règles manquent, pour établir le lien entre les changements de restriction formelle et les attaques portées conte les STS:

(SR-ST6SSD) (*règle d'attaque Min*) : seul Y_{nf} a le droit d'attaquer une formule de forme **Min**(δ_m, A) par les coups δ_m, ou $\delta_n \rightarrow A$, où $\delta_n \in \Delta$ et n<m.

(SR-ST7SSD) (*règle de changements de restriction formelle*) : quand une formule de forme **Min**(δ_m, A) est attaquée par $\delta_n \rightarrow A$, le jeu se poursuit pas un nouveau sous-dialogue où Y joue sous restriction formelle (c'est-à-dire Y assume maintenant le rôle Y_f), et X joue hors restriction (Xn_f).

Jusqu'ici, nous avons défini les SSD pour une notion abstraite de Δ. La raison principale en est que le Δ sert avant tout à définir la notion de minimalité indispensable au fonctionnement pertinent des SSD. Or il n'existe pas de définition universelle de la notion de minimalité. Chaque contexte et chaque interprétation des modalités

---

d'attaquabilité introduit en logique connexive (voir Rahman[2001a]). Intuitivement, la formule se lit : *il y a au moins un sous ensemble δ_i de conditions structurelles qui suffisent à gagner tout dialogue pour A, et aucun dialogue pour A n'est gagnable avec un sous ensemble $\delta_{j\neq i}$ de conditions de rang inférieur ds Δ.*

contient sa propre notion de minimalité, et c'est pourquoi le contenu (c'est-à-dire les conditions structurelles et l'ordre qui s'applique à elles) du Δ doit être pragmatiquement déterminé, par convention, pour chaque SSD.

3.2 EXEMPLES

Examinons maintenant quelques exemples pour fixer les idées sur le fonctionnement des SSD. Dans le cas de la fig. 3, la séquence d'hypothèse structurelles est déterminée comme suit :

$$\Delta = \{K, @i\Box\Box \nu_i, \Box\Box \nu_i \rightarrow \Box \nu_i\}$$

Quelques remarques à propos de ce SSD :

- L'opérateur principal de la thèse est attaqué par **O** au coup (1), mais cette attaque est répétée (virtuellement) à chaque nouvelle défense de **P**.
- Au coup (2), **P** commence avec la condition minimale K. **O** concède cette « dummy formula », qui ne pourra plus être utilisée dans le jeu.
- C'est au coup (11) que se pose clairement le problème pour **P**. En effet, il doit se défendre contre l'attaque (9) en assertant *a* dans le contexte accessible depuis 1.1. Or la concession □□*a* dans le contexte 1 (coup (5)) ne lui permettra jamais de forcer **O** à concéder a dans un contexte accessible depuis 1.1 : O a le choix du premier contexte pour défendre □□*a* (coup (11)), et il choisit le contexte 1.2.
- Le coup (22) n'est pas directement autorisé par la conclusion (coup (19)) du fragment de dialogue pour le coup (S2). En effet, O n'a pas concédé l'accessibilité de 1 depuis 1.1 (mais seulement de 1 depuis 1.2). Par souci de brièveté, on a cependant omis la série redondante de coups répétant (aux indices près) les coups (13) à (19).

ctx	**O**			**P**			*ctx*
					(□□*a*→□□*a*)$_{\{\Delta\}}$	0	1
1	1	<?$_{\{\Delta\}}$>	0	S1	**Min**(K, (□□*a*→□□*a*))	2	1
1	3	<K>	2		□□*a*→□□*a*	4	1
1	5	□□*a*	4		□□*a*	6	1
1	7	<?$_{□/1.1}$>	6		□*a*	8	1.1
1.1	9	<?$_{□}$>	8		<*a*>	22	1
1.2	11	□*a*		1	<?$_{□}$>	10	1
[1]	[1]	**[<**?$_{\{\Delta\}}$**>]**	[0]	S2	**Min**(@*i*□□ν_i, (□□*a*→□□*a*))	12	1
1	13	@*i*□□ν_i					
1	15	□□ν_1		13	<?$_{i/1}$>	14	1
1.2	17	□ν_1		15	<?$_{□/1.2}$>	16	1
1	19	<ν_1>		17	<?$_{□}$>	18	1.2
1	21	<*a*>		11	<?$_{□/1}$>	20	1.2

Fig. 3 : SSD pour (□□*a*→□□*a*)$_{\{\Delta\},}$ **P** gagne.

Voyons maintenant un cas où **P** fait une erreur dans le choix des STS, permettant une contre-attaque de **O**, qui gagne en exhibant des conditions minimales par rapport à celles que **P** défendait.

ctx	**O**			**P**			*ctx*
					$(\Box a \rightarrow \Box a)_{\{\Delta\}}$	0	1
1	1	$<?_{\{\Delta\}}>$	0	S1	**Min**(K, (□ *a*→□ *a*))	2	1
1	3	<K>	2		□ *a*→□ *a*	4	1
1	5	□ *a*	4		□ *a*	6	1
1	7	$<?_{\Box}>$	6				
[1]	[1]	**[**$<?_{\{\Delta\}}>$**]**	[0]	S2	**Min**(@*i*□ ν_i, (□ *a*→□ *a*))	8	1
1	9	(□ ν_c)→(□ *a*→□ *a*)	8				
1	11	□ *p*→□ *a*		9	□ ν_c	10	1
1	13	□ *a*		9	□ *a*	12	1
1.1	21	<*a*>		13	$<?_{\Box}>$	14	1
1	15	$?_c$	10		□ $\nu_{1.1}$	16	1
1	17	$<?_{\Box}>$	16		$<\nu_{1.1}>$	18	1.1
1.1	19	$<?_{\Box/1.1}>$	12		<*a*>	20	1.1

Fig. 4. SSD pour D, avec Δ={$K_<$□ $\nu_{c<}$@*i*□ ν_i} (*ctx* signifie *contexte dialogique*). **O** gagne.

La fig. 4 montre un SSD pour D. **P** commet une erreur au coup (8), en choisissant la réflexivité alors que la sérialité lui aurait suffi pour gagner. Comme en logique connexive, la partie ombrée du tableau indique les coups qui sont joués sous restriction formelle.

3.3 IMPLICITE ET EXPLICITE

Les SSD présentent un caractère épistémique évident. Ce caractère est exprimé par le changement dans restriction formelle. Cet appareillage dialogique a été conçu dans le cadre de la logique connexive, où le lien de pertinence entre les termes connectés par un opérateur dyadique s'expriment au moyen de deux opérateurs de vérifiabilité (**V**) et de falsifiabilité (**F**), permettant de formuler dans le langage objet des propriétés métathéoriques comme la contingence. De cette façon, on s'assure que la validité d'une formule n'est jamais une conséquence triviale de la validité d'une sous-formule (comme dans $A \rightarrow (B \vee \neg B)$) ou d'une sous-formule contradictoire (comme dans $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$). Mais l'affirmation de la contingence d'une proposition ne peut être défendue indépendamment de la connaissance d'un situation (ou d'un contexte), puisque cette défense est précisément la *description* d'une situation où la proposition en question est vraie (ou fausse). Les opérateurs de contingence **V** et **F** ont donc un contenu épistémique, puisqu'ils signifient que celui qui le profère *connaît* une certaine situation vérifiant ou falsifiant une proposition. La perte d'un dialogue pour une formule contenant un tel opérateur est donc une preuve que le joueur *croyait* savoir, et qu'il se trompait.

De la même manière, les SSD comportent un moment épistémique : ils capturent l'élaboration d'une sémantique, à partir d'un contexte donné, durant laquelle le joueur ayant la charge de la preuve construit pièce à pièce une la règle dont il a besoin. En ce sens, nous voyons dans les SSD moins une formalisation déterministe de l'abduction d'une structure à partir d'une formule qu'une méthode heuristique, un éclaircissement formel des étapes d'un raisonnement d'investigation. Comme nous le remarquions dans la section 2.2, les SSD sont conçus pour rendre manifeste le passage de l'implicite à l'explicite des règles de l'inférence. Ce passage se fait toujours à l'occasion d'une situation d'échec (c'est-à-dire lorsque les règles implicitement admises du dialogue n'autorisent plus aucun coup).

La propositionnalisation des règles du dialogue, c'est-à-dire le raisonnement explicite sur les conditions de l'inférence logique, ne rend pas explicite la *totalité* de ces conditions. En effet, le dialogue ne saurait commencer sans que des règles soient fixées, et quel que soit le changement de règle que l'on accepte, il restera toujours un ensemble de règles déterminant les modalités du changement, elles-mêmes en dehors de portée des modifications au niveau du jeu. En d'autres termes, il y a toujours une forme de connaissance implicite et sous-jacente (déterminant une forme d'inférence spécifique), qui rend possible l'explicitation et la discussion des modalités de l'inférence *à un autre niveau*. La conclusion d'un SSD a pour forme : « dans le contexte donné (Δ), les conditions minimales pour inférer la formule A sont : $\{\delta_0, \ldots, \delta_n\}$. » Le jugement contenu dans cette conclusion a été l'objet d'un dialogue explicite. Mais le jugement par lequel on affirme que le SSD qui prouve cette conclusion est bien un SSD reste implicite, c'est-à-dire correspond aux règles qui ne peuvent pas être explicitée, sous peine de circularité vicieuse[21].

En dernière analyse, le point des SSD est de montrer qu'il existe des règles formelles qui correspondent à un certain type de raisonnement métalogique, et permettent d'en rendre compte. L'intérêt du cadre dialogique pour la formulation de ces règles est double : (i) l'attitude foncièrement pragmatique de la philosophie de la logique qui oriente fortement les notions dialogiques, ainsi que son pluralisme inhérent, conviennent bien à la tâche d'élaborer pendant le raisonnement lui-même une partie de la sémantique du raisonnement ; (ii) le dialogue exhibe en une même structure symbolique des informations appartenant au langage objet et au métalangage[22].

Dans Blackburn [2001], on trouve le programme suivant :

« *Apart from anything else, nowadays dialogical logic is being vigorously pursued in a number of new directions (see for example the papers by Rahman, Rückert and various co-authors on topics as*

---

[21] Il est bien entendu toujours possible de concevoir un SSD d'un niveau supérieur, portant sur les règles des SSD présentées ici, mais l'argument reste identique à tous les niveaux.

[22] De la même manière que les *labelled deductive systems* de Gabbay (voir Gabbay [1996]).

diverse as free-logic, paraconsistent logic, connexive logic and relevance logic). In my view, the interplay between semantics and pragmatics is likely to be a key theme in such investigations — but investigating this interplay will require semantics to be admitted as a member in good standing to the world of dialogical logic. »

Nous ne pourrions mieux dire, et c'est précisément ces remarques qui furent à l'origine de tout le présent travail. Cela dit, les notions de sémantique et de pragmatique que nous défendons ici[23] ne correspondent pas à celles qu'utilise Blackburn. La dialogique *est* une sémantique[24], en ce sens qu'un dialogue achevé pour une formule A (avec un ensemble de règles données) constitue le *sens* de la proposition associée à A. Mais pour mener à bien l'étude de l' « interaction entre la sémantique et la pragmatique », il ne suffira pas de reconnaître la dimension sémantique des notions dialogiques. Distinguant les dialogues modaux hybrides des dialogues modaux classiques[25], Blackburn écrit :

« *In a nutshell ; the hybrid dialog moves a richre set of pieces (hybrid formulas, not merely modal formulas) through a single space, whereas the modally-orthodox approach moves simpler pieces through a richer collection of dialog subspaces.* »

Les SSD sont justement une expression du programme d'étude mentionné par Blackburn. Si l'interaction entre la pragmatique et la sémantique est entendue comme le passage des conditions implicites du raisonnement à une formulation explicite, au sein même du dialogue, alors ce dialogue devra être doublement riche : la richesse de la collection des sous-espaces dialogiques contient les déterminations implicites, pragmatiques, du jeu (et donc du raisonnement) ; les formules hybrides, quant à elles, expriment par leur richesse les déterminations du raisonnement qui sont

[23] Explicitées dans la section 1 « Motivation ». Nous devons cette conception à S. Rahman. Voir aussi Rahman & Keiff [2004], section 4.2.

[24] Mais une sémantique qui inclut de façon essentielle le joueur (le locuteur), qui effectue l'acte illocutoire que constitue un coup dans un dialogue.

[25] Au sens de Rahman & Rückert [2001].

précisément ce sur quoi porte le raisonnement réflexif, métalogique, des SSD.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BLACKBURN, P.

2001 « Modal logic as dialogical logic » dans Rahman & Rückert (éds.), *New perspectives in dialogical logic*, pp. 57-93, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

BLACKBURN, P. & SELIGMAN, J.

1998 « What are Hybrid Languages? » dans Kracht, de Rijke, Wansing, Zakharyaschev (éds.), Advances in Modal Logic, Vol. 1, , CSLI Publications, pp. 41-62.

CIALDEA MAYER, M.C. & PIRRI, F.

1996 « Abduction is not deduction-in-reverse. » dans *Journal of the IGPL*, vol. **4-1,** pp. 95-108.

FITTING, M.

1983 *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logic*, D. Reidel, Dordrecht.

GABBAY D. M.

1996 *Labelled Deductive System*s, Oxford University Press, Oxford.

GABBAY D.M. ET *ALII*

1999 *Handbook of tableau methods*, Kluwer, Dordrecht.

LORENZEN P. ET LORENZ K.

1978 *Dialogische Logik*, WBG, Darmstadt.

RAHMAN S.

1993 *Über Dialogue, protologische Kategorien und andere Seltenheiten* , Peter Lang Verlag, Frankfurt a. M., Berlin, New York, Paris, Wien.

2002 « Un desafío para las teorías cognitivas de la competencia lógica: los fundamentos pragmáticos de la semántica de la lógica linear. » dans Wrigley (éd.), *Dialogue, Language, Rationality. A Festschrift for Marcelo Dascal*, Volume spécial de *Manuscrito* (**XXV-2)**, 2002, pp. 383-432.

RAHMAN S. ET KEIFF L.
2004 « On how to be a dialogician. », à paraître dans D. Vandervecken (éd.), *Logic, Thought and Action*, Dordrecht, Kluwer, 2004.

RAHMAN S. ET RÜCKERT H.
2001a (éds.) « New Perspectives in Dialogical Logic. » Numéro spécial de *Synthèse*, 127, 2001.

SELIGMAN, J.
2001 « Internalization: The Case of Hybrid Logics. » dans *Journal of Logic and Computation*, vol. **11-5**, 2001, pp. 671-689.

SMULLYAN, R. M.
1968 *First Order Logic*, Springer Verlag, New York.