## GOODMAN, POINCARÉ ET LA NOUVELLE ÉNIGME DE L'INDUCTION

Igor Ly LPHS – Archives Poincaré (Nancy)

« Toutes les choses peuvent être distribuées en certaines séries non certes en tant qu'on les rapporte à quelque genre d'être, suivant la division qu'en ont faite les Philosophes en leurs catégories, mais en tant qu'elles peuvent être connues les unes par les autres. » Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit*.

La présente communication a deux objectifs :

- 1) Montrer que la « nouvelle énigme de l'induction », pour reprendre le titre du troisième chapitre de *Faits, fictions et prédictions*, n'était pas nouvelle en 1954, date de la publication de l'ouvrage de Goodman, puisqu'elle se trouve formulée un demi-siècle plus tôt par Poincaré dans *La science et l'hypothèse* et dans *La valeur de la science*.
- 2) Présenter la forme sous laquelle l'énigme apparaît chez Poincaré et examiner la validité de la solution qu'il lui donne.

### 1. EN QUOI CONSISTE LA NOUVELLE ÉNIGME D L'INDUCTION ?

La « nouvelle énigme de l'induction » s'identifie à la recherche, non d'un fondement ou d'une justification de l'induction (ancien problème de l'induction), mais d'un moyen de distinguer, sans préjuger du succès de l'opération d'induction, les hypothèses qui sont considérées comme pouvant légitimement faire l'objet d'inductions de celles qui ne le font pas. Ce n'est ainsi plus la vérité d'une induction qui est en question mais sa légitimité. Il peut en effet être *légitime* d'induire une hypothèse à partir d'un ensemble de données empiriques même si cette hypothèse est fausse – ce dont on peut

s'apercevoir à l'occasion d'une observation ultérieure à l'émission de l'hypothèse. Par ailleurs, un ensemble d'observations empiriques étant donné, toutes les hypothèses confirmées par ces données ne sont pas des généralisations légitimes de ces données et ne sont effectivement pas prises en considération. La construction par Goodman du prédicat « grue » a pour vocation, 1) de mettre en évidence l'existence de ce problème, 2) de montrer que le critère de distinction entre une hypothèse légitimement induite (« nomologique ») et une hypothèse illégitimement induite ne peut résider dans une différence de nature formelle ou syntaxique¹ entre les hypothèses considérées (entre les prédicats projetés²). L'énigme s'inscrit chez Goodman dans la problématique plus générale de la projection et peut être formulée de diverses façons équivalentes :

- recherche d'une distinction entre « énoncés nomologiques » et « énoncés accidentels » ;
- recherche d'une réponse à la question : « Quelles sont les hypothèses qui sont confirmées par leurs exemples positifs ? »<sup>4</sup> ;
- recherche d'une définition du prédicat dispositionnel « projectible » à partir du prédicat manifeste « projeté », ce qui revient à « projeter le prédicat « projeté » »<sup>5</sup>.

Les analyses que Goodman consacre au prédicat « vleu » le conduisent à proposer une solution à l'énigme qui prend la forme d'une règle de l'induction dont le cœur est la notion d'implantation : l'idée consiste *grosso modo* à dire qu'un prédicat ou une hypothèse sont d'autant plus implantés qu'ils ont effectivement fait l'objet d'un plus grand nombre d'inductions. La règle est par exemple énoncée comme suit :

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Il s'agit notamment pour Goodman d'invalider l'entreprise de construction d'une logique inductive.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Nous préférons ici parler en termes d'hypothèses qu'en termes de prédicats pour préserver une plus grande généralité au propos. Nous verrons en effet qu'il n'est pas pertinent, au sein de la philosophie de Poincaré, de décrire les lois physiques expérimentales – les hypothèses induites – comme consistant en l'attribution d'un prédicat à un sujet.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Goodman [1984], p. 87.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Goodman [1984], p. 93.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Goodman [1984], p. 98.

« Parmi [les] hypothèses [soutenues, inviolées et non exhaustivement parcourues], nous dirons que H supplante H' si les deux sont en conflit, si H est la mieux implantée et si elle ne s'oppose pas à une autre hypothèse encore mieux implantée. »

Il est important de noter que Goodman présente cette solution comme minimale, au sens où elle consiste à affirmer que ce qui distingue une induction légitime d'une induction illégitime n'est que l'implantation supérieure de l'hypothèse qu'elle propose et rien d'autre. C'est pour cela que tous les travaux qui ont tenté de réfuter l'argumentation de Goodman ont cherché à montrer qu'il y a autre chose que la seule implantation qui permet de faire cette distinction. C'est aussi le cas, nous le verrons, chez Poincaré.

### 2. L'ÉNIGME ET SA SOLUTION CHEZ **POINCARÉ**

#### 2.1 QU'IL S'AGIT BIEN DE LA «NOUVELLE ÉNIGME L'INDUCTION » POSÉE DE PAR **GOODMAN**

A la suite de la publication de l'ouvrage de Goodman, plusieurs auteurs, comme Hempel, Priest, Harman, Hullett et Schwartz<sup>7</sup> ont remarqué que la nouvelle énigme est posée de facon naturelle dans le cadre de l'interpolation des fonctions. qui est l'une des opérations fondamentales de la démarche expérimentale en physique. Citons l'exposé qu'en font Hullett et Schwartz:

> « If, as Goodman sees it, the « old riddle » of induction asked the question, «Why does a positive instance of a hypothesis give any grounds for predicting future instances? », and the « new riddle » asks instead, « What hypothesis are confirmed by their positive instances? » (FFF 81), then much of the « new riddle » is not so new after

<sup>6</sup> Goodman [1984], p. 109.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Leurs articles sont cités en Références Bibliographiques.

all. Consider the curve-fitting situation: given a set of data points on a graph, which might be connected by countlessly many different curves, which is the best curve that might be drawn through these points, recognizing that each point in the curve selected (other than those points originally obtained as data points) constitutes a prediction about unexamined cases?<sup>8</sup> »

Or, au sujet du principe mis en œuvre lors d'inductions en physique, Poincaré pose le problème dans des termes exactement identiques<sup>9</sup> :

« Je ne veux nullement rechercher ici les fondements du principe d'induction ; je sais fort bien que je n'y réussirai pas ; il est aussi difficile de justifier ce principe que de s'en passer. Je veux seulement montrer comme les savants l'appliquent et sont forcés de l'appliquer.

Quand le même antécédent se reproduit, le même conséquent doit se reproduire également; tel est l'énoncé ordinaire. Mais réduit à ces termes ce principe ne pourrait servir à rien. Pour qu'on pût dire que le même antécédent s'est reproduit, il faudrait que les circonstances se fussent *toutes* reproduites, puisqu'aucune n'est absolument indifférente, et qu'elles se fussent *exactement* reproduites.

Et, comme cela n'arrivera jamais, le principe ne pourra recevoir aucune application. Nous devons donc modifier l'énoncé et dire : si un antécédent A a produit une fois un conséquent B, un antécédent A' peu différent de A, produira un conséquent B' peu différent de B. Mais comment reconnaîtrons-nous que les antécédents A et A'sont « peu différents » ? Si quelqu'une des circonstances peut s'exprimer par un nombre, et que ce nombre ait dans les deux cas des valeurs

-

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Hullett, Schwartz [1967], p. 109.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Nous nous permettons de donner ici trois longues citations de Poincaré. Cela nous semble nécessaire à la présente étude.

très voisines, le sens du mot « peu différent » est relativement clair ; le principe signifie alors que le conséquent est une fonction continue de l'antécédent. Et comme règle pratique, nous arrivons à cette conclusion que l'on a le droit d'interpoler. C'est en effet ce que les savants font tous les jours et sans l'interpolation toute science serait impossible.

Observons toutefois une chose. La loi cherchée peut se représenter par une courbe. L'expérience nous a fait connaître certains points de cette courbe. En vertu du principe que nous venons d'énoncer nous croyons que ces points peuvent être reliés par un trait continu. Nous traçons ce trait à l'œil. De nouvelles expériences nous fourniront de nouveaux points de la courbe. Si ces points sont en dehors du trait tracé d'avance, nous aurons à modifier notre courbe, mais non pas à abandonner notre principe. Par des points quelconques, si nombreux qu'ils soient, on peut toujours faire passer une courbe continue. Sans doute, si cette courbe est trop capricieuse, nous serons choqués (et même nous soupçonnerons des erreurs d'expérience), mais le principe ne sera pas directement mis en défaut<sup>10</sup>. »

La première et la dernière phrase montrent que ce n'est pas l'ancien problème de l'induction qui est ici en question. Poincaré mentionne ici l'interpolation comme exemple paradigmatique de l'opération d'induction. Deux textes de *La science et l'hypothèse* portant sur l'interpolation apportent des précisions sur la nature du problème considéré par Poincaré :

« Passons à un exemple d'un caractère plus scientifique. Je veux déterminer une loi expérimentale ; cette loi, quand je la connaîtrai, pourra être représentée par une courbe ; je fais un certain nombre d'observations isolées ; chacune d'elles sera représentée par un point. Quand j'ai

\_

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Poincaré [1905], pp. 176-178.

obtenu ces différents points, je fais passer une courbe entre ces points on m'efforçant de m'en écarter le moins possible et, cependant, de conserver à ma courbe une forme régulière, sans points anguleux, sans inflexions trop accentuées, sans variation brusque du rayon de courbure. Cette courbe me représentera la loi probable, et j'admets, non seulement qu'elle me fait connaître les valeurs de la fonction intermédiaires entre celles qui ont été observées, mais encore qu'elle me fait connaître les valeurs observées elles-mêmes plus exactement que l'observation directe (c'est pour cela que je la fais passer près de mes points et non pas par ces points eux-mêmes).

C'est là un problème de probabilité des causes. Les effets, ce sont les mesures que j'ai enregistrées ; ils dépendent de la combinaison de deux causes : la loi véritable du phénomène et les erreurs d'observations. Il s'agit, connaissant les effets, de chercher la probabilité pour que le phénomène obéisse à telle loi, et pour que les observations aient été affectées de telle erreur. La loi la plus probable correspond alors à la courbe tracée, et l'erreur la plus probable d'une observation est représentée par la distance du point correspondant à cette courbe.

Mais, le problème n'aurait aucun sens si, avant toute observation, je ne me faisais une idée à priori de la probabilité de telle ou telle loi, et des chances d'erreur auxquelles je suis exposé.

Si mes instruments sont bons (et cela, je le savais avant d'avoir observé), je ne permettrai pas à ma courbe de s'écarter beaucoup des points qui représentent les mesures brutes. S'ils sont mauvais, je pourrai m'en éloigner un peu plus, afin d'obtenir une courbe moins sinueuse ; je sacrifierai davantage à la régularité.

Pourquoi donc est-ce que je cherche à tracer une courbe sans sinuosités ? C'est parce que je considère *a priori* une loi représentée par une fonction continue (ou par une fonction dont les

dérivées d'ordre élevé sont petites), comme plus probable qu'une loi ne satisfaisant pas à ces conditions. Sans cette croyance, le problème dont nous parlons n'aurait aucun sens ; l'interpolation serait impossible ; on ne pourrait déduire une loi d'un nombre fini d'observations ; la science n'existerait pas 11. »

« Il est clair qu'un fait quelconque peut se généraliser d'une infinité de manières, et il s'agit de choisir ; le choix ne peut être guidé que par des considérations de simplicité. Prenons le cas le plus banal, celui de l'interpolation. Nous faisons passer un trait continu, aussi régulier que possible, entre les points donnés par l'observation. Pourquoi évitons-nous les points anguleux, les inflexions trop brusques ? Pourquoi ne faisons-nous pas décrire à notre courbe les zigzags les plus capricieux ? C'est parce que nous savons d'avance, ou que nous croyons savoir que la loi à exprimer ne peut pas être si compliquée que cela. 12. »

Outre l'énoncé du critère de choix de la courbe interpolée (induite) en termes de simplicité et de régularité, sur lequel nous reviendrons, il nous importe ici de noter qu'il s'agit bien de la même énigme que celle qui est posée par Goodman.

Rendons ce point manifeste en répondant à deux objections que l'on pourrait opposer à une telle interprétation des textes de Poincaré. Ces objections sont tirées des remarques de Goodman au sujet des entreprises de résolution de l'ancienne énigme de l'induction.

Au sujet de celle-ci, Goodman écrit qu' « il n'est guère plus utile de dire que nous cherchons simplement à savoir si certaines prédictions sont probables ou encore les raisons pour lesquelles elles le sont<sup>13</sup>. ». Les textes cités plus haut, ainsi que les considérations philosophiques générales de Poincaré sur le calcul des probabilités, montrent que son entreprise n'est pas de la nature de celle décrite par Goodman dans cette phrase.

<sup>12</sup> Poincaré [1902], pp. 161-162.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Poincaré [1902], pp. 209-210.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Goodman [1984], p. 78.

Poincaré affirme en effet que toute considération de probabilité suppose la position préalable, « *a priori* », de la probabilité de certains candidats. Or, c'est d'une telle position qu'il s'agit ici, concernant les fonctions « régulières » : loin de chercher à montrer que l'induction de telles fonctions est plus probable qu'une autre, au sens où l'on aurait alors une plus forte probabilité de voir l'hypothèse confirmée, Poincaré affirme que *nous la posons a priori* comme « plus probable » lorsque nous interpolons. Ce qui est en question est bien l'objet du choix, et non sa plus ou moins grande probabilité de voir ce choix couronné de succès.

Dans une perspective semblable, Goodman décrit un certain nombre d'entreprises de résolution de l'ancienne énigme de l'induction en affirmant qu'elles consistent à fonder le principe de l'induction sur un principe d'uniformité de la nature. Poincaré fait référence à un tel principe dans le texte suivant :

« L'induction, appliquée aux sciences physiques, est toujours incertaine, parce qu'elle repose sur la croyance à un ordre général de l'Univers, ordre qui est en dehors de nous<sup>14</sup>. »

Il est crucial ici de remarquer que le principe d'un ordre général de l'Univers n'est pas un principe posé ou défendu par Poincaré pour justifier l'induction, mais une supposition qu'il décrit comme coextensive à l'opération d'induction. Comme le confirme un texte cité plus haut, il ne s'agit pas pour Poincaré de fonder l'induction lorsqu'il évoque « la croyance à un ordre général de l'Univers », mais plutôt de remarquer seulement que l'usage de l'induction implique une telle croyance, sans chercher par ailleurs à montrer que cette croyance est justifiée.

Une fois établi que la question posée par Poincaré au sujet de l'interpolation des fonctions est effectivement de même nature que la « nouvelle énigme de l'induction » posée par Goodman, il est intéressant d'en examiner la solution et de mettre ainsi en place une base de comparaison avec la solution proposée par Goodman<sup>15</sup>.

-

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Poincaré [1902], pp. 41-42.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Comparer les philosophies de Poincaré et de Goodman sur la question de l'induction est d'autant plus intéressant que les deux auteurs associent

### 2.2 LA SOLUTION DE POINCARÉ

La solution à l'énigme proposée par Poincaré apparaît dans les textes cités plus haut : il ne s'agit nullement d'implantation, mais de la donnée d'un critère de choix du type d'hypothèse qu'il est légitime d'induire à partir de la donnée d'un ensemble de mesures. Ce critère consiste à privilégier le choix de la fonction « la plus simple », « la plus régulière ». Par régularité, nous entendons ici la propriété pour une fonction d'avoir les dérivées d'ordre élevé petites, ou une variation lente du rayon de courbure, etc. Nous n'entrerons pas ici dans une discussion sur la définition mathématique précise d'un tel critère. Notons que le terme « régularité » est ici employé en un sens plus fort que celui qui est usuel en mathématiques et qui signifie l'indéfinie dérivabilité. Contentons-nous de dire que les propriétés citées par Poincaré équivalent à peu près à dire que la fonction en question se comporte peu différemment d'une fonction polynôme<sup>16</sup>.

Pour justifier ce critère de discrimination entre les candidats possibles pour interpoler un ensemble donné de points, Poincaré fait référence au principe de raison suffisante et à l'idée de simplicité. Cette dernière posant des problèmes de définition, nous allons nous attacher à comprendre comment le principe de raison suffisante intervient ici. Il s'agit de répondre à la question suivante : avons-nous, dans le cadre de l'induction, des raisons de choisir la fonction la plus régulière, indépendamment de la question de savoir si de futures expériences confirmeront ou non notre hypothèse ?

Revenons à l'analyse et à la formulation que donne Poincaré du principe d'induction :

«[...] si un antécédent A a produit une fois un conséquent B, un antécédent A' peu différent de A, produira un conséquent B' peu différent de B. Mais comment reconnaîtrons-nous que les

étroitement l'opération d'induction aux notions de généralisation, de prédiction et de classification.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Notons que la propriété pour une fonction d'avoir ses « dérivées d'ordre élevé petites » n'est pas vérifiée par les fonctions trigonométriques qui semblent ainsi exclues et qui sont pourtant usuelles en physique, ce qui pose un problème que Poincaré ne mentionne pas.

antécédents A et A'sont « peu différents » ? Si quelqu'une des circonstances peut s'exprimer par un nombre, et que ce nombre ait dans les deux cas des valeurs très voisines, le sens du mot « peu différent » est relativement clair ; le principe signifie alors que le conséquent est une fonction continue de l'antécédent. Et comme règle pratique, nous arrivons à cette conclusion que l'on a le droit d'interpoler. C'est en effet ce que les savants font tous les jours et sans l'interpolation toute science serait impossible 17. »

En toute rigueur, comme le note ici Poincaré, cette considération n'impose à la fonction induite que la seule continuité et non la régularité telle que la définissent les traits complémentaires que, comme nous l'avons vu, lui adjoint Poincaré. Il est néanmoins possible de comprendre que ceux-ci suivent en fait naturellement de l'analyse de Poincaré. En effet, quelle que soit la manière dont on définit le fait que deux antécédents A et A' sont « peu différents », il est toujours possible de trouver une fonction f continue interpolant l'ensemble de points donné et qui soit telle que f prenne des valeurs très différentes en A et A'. Or, si la vocation de l'induction – de l'interpolation – est de prédire, force est de constater que le critère de continuité est insuffisant puisqu'il est donc toujours possible de trouver plusieurs fonctions continues passant par un point P donné et prenant des valeurs très différentes en un autre point d'un voisinage aussi petit que l'on veut de l'abscisse de P : si l'on n'a aucune raison de choisir l'une ou l'autre de ces fonctions, alors l'opération d'induction perd son sens puisqu'elle ne permet aucune prédiction. Autrement dit, la restriction du choix de la fonction interpolée aux fonctions continues est insuffisant puisque l'on peut trouver parmi ces fonctions deux candidates à l'interpolation d'un ensemble de points qui sont l'une à l'autre ce que « grue » est à « green » dans le cas des émeraudes. Cette difficulté est vaincue si l'on adopte le critère – plus fort – de la régularité tel qu'il est suggéré par Poincaré: si, étant donné la marge de choix autorisé pour le choix d'une telle fonction, plusieurs fonctions

<sup>17</sup> Poincaré [1905], pp. 176-178.

« régulières » peuvent être considérées comme légitimement induites à partir d'un ensemble de données, ces fonctions donneront des prédictions « peu différentes » les unes des autres et ne sont donc pas en conflit comme le sont « green » et « grue », ce qui constitue ce qui est requis pour que l'opération d'induction autorise des prédictions et ait un sens.

Le critère de choix proposé par Poincaré apparaît ainsi être le seul qui donne un sens à l'opération elle-même, étant donné la vocation même de celle-ci, à savoir la *prédiction*. Le principe de raison suffisante apparaît sous la forme suivante : si l'on ne dispose pas de raison de choisir entre deux candidats à l'interpolation qui impliquent des prédictions très différentes, l'opération d'induction n'a plus de raison d'être. On peut comprendre en ce sens l'affirmation de Poincaré selon laquelle sans « la croyance à la continuité » (précisée en termes de régularité), l'induction ne serait pas possible, *n'aurait pas de sens*. Pour le dire autrement, la régularité de l'hypothèse projetée et la *vocation prédictive* (but et principe de l'induction tout à la fois) constituent une seule et même chose.

Ce qui importe, c'est qu'un cas futur ne s'écarte pas beaucoup de la prédiction. Ce qui est central est donc la notion de distance entre les grandeurs mesurées. La courbe la plus régulière (parmi celles qui passent suffisamment près des points donnés) est celle qui « change le moins » ou « le moins vite », non pas localement, mais globalement. Cette précision est importante ; en effet, étant donné l'approximation des mesures, plus un changement de variation de la courbe est brusque, moins la capacité prédictive de la loi est assurée au voisinage des points subissant cette variation ; or, le choix de tels points étant arbitraire si l'on demande à la fonction interpolée de n'être que continue, la vocation prédictive perd complètement son sens.

L'intérêt et la pertinence du critère de choix proposé par Poincaré réside ainsi dans le fait que sa détermination s'appuie directement sur la vocation de l'induction; il apparaît par là comme la condition de possibilité du sens même de l'opération. A cet égard, l'approche développée ci-dessus est plus convaincante que celle qui consiste à rechercher un critère de simplicité, lequel, selon la façon dont il est défini, n'est pas coextensif à l'opération d'induction. Il n'en demeure pas moins que le critère de « régularité », comme le note Poincaré,

s'identifie à une certaine conception de la *simplicité* des fonctions mathématiques, mais à aucun moment de l'argumentation, nous n'avons utilisé cette simplicité pour justifier le choix du critère.

On a donc, semble-t-il, dégagé un critère « intrinsèque » ou « formel » permettant de distinguer les hypothèses légitimes de celles qui ne le sont pas. Remarquons encore une fois que ce critère ne fournit aucun élément à l'appui de la vérité de l'hypothèse projetée (ancien problème de l'induction). Pour l'établir, on ne s'est appuyé sur aucune réussite inductive : ce qui était en question n'était pas la réussite de l'opération, mais son sens.

Ce critère ne fait appel ni à un principe métaphysique ni à la connaissance de futures observations. Il vérifie donc ce qui est requis par Goodman pour la résolution de son énigme.

Il convient néanmoins de prendre en considération une objection à la pertinence de ce critère.

### 3. EST-IL POSSIBLE DE « GOODMANISER<sup>18</sup> » LE CRITÈRE DE RÉGULARITÉ DE POINCARÉ ?

# 3.1. L'OBJECTION DU CHANGEMENT DE VARIABLE

Dans les articles des auteurs cités au début de cette étude<sup>19</sup>, ceux-ci ne concluent pas, comme Poincaré, que le critère de régularité constitue une solution, dans le cadre de l'interpolation, à la nouvelle énigme de l'induction. Remarquons qu'ils n'avancent pas tous exactement ce critère, mais aussi d'autres critères de simplicité auxquels ils opposent tous une même objection qui consiste à dire que si l'on effectue un changement de variables, alors le choix de la courbe la plus

11

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Cette expression est reprise de Hacking [1993].

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Aucun de ces auteurs, reconnaissant que l'énigme posée par Goodman se pose naturellement dans le cadre de l'interpolation des fonctions et retrouvant par là les réflexions de Poincaré, ne cite celui-ci. Ce silence de la part d'éminents philosophes des sciences constitue lui aussi une énigme.

simple, ou la plus régulière, change. Hullett et Schwartz écrivent ainsi

« Here it may seem that the analogy between the « new riddle » and the curve-fitting situation breaks down. For it might be claimed that in the latter case what is projectible is the smoothest curve [...] since it would seem possible to construct a mathematical definition of 'smoothest curve', which would give us the correct results in our intuitively clear cases, it would seem that we have a purely syntactical way of distinguishing bizarre or unprojectible from projectible curves. However, the problem with this proposal is that in each case the curve that is the smoothest curve is smoothest only with respect to some particular plotting of data points, i. e., with respect to some representation of our evidence. But in the plotting of our data, there are no fixed points. How we plot our data to begin with depends on the sorts of properties or units of measurement we have available. By changing the units of measurement or the properties we plot along either or both our x and y axes, we can always construct alternative graphs whose smoothest curves gives us projections that are incompatible with those of our original graph. Thus, our definition of 'smoothest curve' is not enough. We would need, in addition, some means for choosing from among competing graphs that differently represent our data<sup>20</sup>. »

### De même, Priest écrit:

« We can summarize the general situation thus : if f is the curve from the simplest family which fits the data S and if  $\theta$  is virtually any transformation of the cartesian plane into itself, then the image of f under  $\theta$  will not in general be the curve from the simplest family which fits the image of S under  $\theta$ .

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Hullett, Schwartz [1967], p. 112.

Thus an appeal to simplicity will not help us with this problem of induction<sup>21</sup>. »

Dans le même article, Priest illustre ce point par un développement mathématique simple que nous reprenons ici<sup>22</sup>: Soit un ensemble de données :  $S = \{(x_i, y_i)\}$ 

Il s'agit de prédire la valeur  $y_0$  de y qui correspondra à la valeur  $x_0$  de x,  $x_0$  n'appartenant pas à S.

Soit  $f_1$ : la courbe la plus simple (ou la plus régulière) qui convient aux données.

Alors on prédit que y prendra en  $x_0$  la valeur :  $y_0 = f_1(x_0)$ .

Soit f<sub>2</sub> une autre courbe qui convient aux données S et qui ne s'annule jamais.

```
On a donc : y_i = f_1(x_i), pour tout i
et y_i = f_2(x_i), pour tout i
```

Mais supposons que la corrélation s'effectue, non plus entre x et y, mais entre x et y', avec :

$$\begin{array}{ccc} & y' = y \ / \ f_2(x) \\ \text{Pour tout i,} & y'_i = y_i \ / \ f_2(x_i) \\ \text{D'où}: & y'_i = f_1(x_i) \ / \ f_2(x_i) \\ \text{et} & y'_i = f_2(x_i) \ / \ f_2(x_i) = 1 \end{array}$$

Ainsi, les courbes suivantes conviennent aux données :

$$y' = f_1(x) / f_2(x)$$
  
 $y' = 1$ 

La seconde étant plus simple (plus régulière) que la première, elle sera choisie.

```
On prédira donc : y'_0 = 1

D'où : y_0 / f_2(x_0) = 1

D'où : y_0 = f_2(x_0)

et non plus : y_0 = f_1(x_0).
```

On peut répondre qu'il y a une dissymétrie ici, dans la mesure où ce sont x et y qui sont mesurés et non y'. On peut rendre l'objection symétrique en considérant le changement de variable comme un changement de système de mesure; l'objection prend alors la forme suivante : si les mesures avaient donné y' à la place de y, nous aurions induit différemment en suivant le même critère de régularité : nous aurions projeté  $f_2$  et non  $f_1$ , qui sont *concurrentes* dans la mesure où les prédictions

\_

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Priest [1976], p. 155.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Cf. Priest [1976], pp. 153-154.

 $f_2(x_0)$  et  $f_1(x_0)$  diffèrent autant qu'on le veut puisque le choix de  $f_2(x_0)$  est arbitraire.

### 3.2. RÉPONSE À L'OBJECTION

Une réponse à cette objection peut être résumée comme suit, en reprenant l'exemple développé par Priest : puisque, dans les deux cas (choix de la corrélation entre x et y ou entre x et y'), on choisit la fonction la plus régulière, on n'a pas projeté deux hypothèses concurrentes mais *la même hypothèse*, à savoir *la courbe la plus régulière*. En ce sens f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub> ne sont pas des hypothèses concurrentes. L'idée qui préside à cette réponse consiste à remarquer que f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub> ne sont concurrentes qu'au sein de chacun des deux cadres de mesure – des deux repères choisis – mais pas en tant que c'est f<sub>1</sub> qui est projetée dans la première expérience et f<sub>2</sub> dans la seconde expérience.

Développons cette réponse.

Pour que l'objection exposée dans le paragraphe précédent soit valide, il faut que f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub> puissent être considérées comme des hypothèses concurrentes. Il faut donc qu'existe un cadre dans lequel elles puissent être confrontées en tant qu'elles impliquent des prédictions incompatibles. Ce cadre est leur mise à l'épreuve d'une expérience mesurant expérimentalement la valeur  $y_0$  de y qui correspondra à la valeur  $x_0$  de x. Or, cette expérience ne pourra être effectuée qu'au sein d'un certain système de mesure choisi, qui détermine dans une certaine mesure le repère dans lequel les mesures seront représentées ; en l'occurrence, elle consistera à mesurer soit y soit y'. Pour que l'argument soit valide, il faut que ce choix soit indifférent. Or, on ne peut concevoir cela que si l'on pose que l'opération de mesure n'est qu'un système de représentation de grandeurs physiques indépendantes de ce système. C'est ce que présuppose Priest, qui écrit : « which description is best [i. e. : la plus simple] depends not on the situation but on how you describe it<sup>23</sup>. »

Or, c'est précisément une telle assomption que Poincaré critique dans nombre de ses articles consacrés à la géométrie. On ne remarque pas suffisamment la place centrale que Poincaré accorde à la question de la mesure lorsqu'il réfléchit

-

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Priest [1976], p. 152.

sur la géométrie. En quoi consiste le choix d'une géométrie chez Poincaré? A faire le choix d'un certain nombre de types de changements au sein du continuum mouvant des sensations, changements auxquels on associe un certain groupe de transformations. Selon le groupe choisi, on aura ainsi institué une géométrie ou une autre. Le choix conventionnel d'une géométrie consiste donc à effectuer une sorte de classification des changements d'ensembles de sensations et à privilégier certaines classes de changements. A partir de là peuvent être déterminés des invariants relatifs aux transformations privilégiées : ce sont les corps solides idéaux ; à ceux-ci sont associés, par l'intermédiaire des changements de sensations qui se comportent à peu près comme les transformations du groupe en question, des ensembles de sensations sur lesquels on peut raisonner comme s'ils se comportaient à peu près comme les solides idéaux en question : ce sont les solides « physiques ». L'institution d'une géométrie effectue donc, au sein du donné sensible brut, l'institution de ce qui sera considéré comme des corps solides. C'est là un point très important: selon la géométrie choisie, ce qui sera considéré comme un corps solide sera différent. Or, mesurer des distances consiste notamment à comparer un corps donné à un corps solide déterminé. Etant entendu que la mesure des distances est la méthode de mesure fondamentale à laquelle la plupart des autres méthodes de mesure se ramènent en dernier ressort, on comprend alors que le choix d'un système de mesure relève fondamentalement, chez Poincaré, du choix d'une géométrie. Il faut alors remarquer que ce n'est qu'à partir de cette institution que peuvent être définies des grandeurs physiques, puisque c'est, on vient de le voir, déjà le cas de la longueur des corps. Le conventionnalisme géométrique de Poincaré veut donc dire ceci : il n'y a pas de grandeurs physiques données que l'on mesurerait de différentes façons selon la géométrie choisie; c'est la géométrie choisie qui institue tout à la fois le système de mesure et la définition des grandeurs physiques. Notons que cela n'implique pas une conception « nominaliste » que Poincaré n'a eu de cesse de combattre. Ce n'est pas parce que la définition des grandeurs physiques dépend du choix conventionnel d'une géométrie d'un système de mesure des distances – que la science est de part en part conventionnelle: elle dépend, pour sa part expérimentale, du donné de l'expérience, lequel, s'il n'impose pas des grandeurs physiques indépendantes du système de mesure choisi, impose les *valeurs* que prennent ces grandeurs une fois le système de mesure choisi.

Une fois reconnue la dépendance de la nature des grandeurs physiques considérées et du cadre métrique – géométrique – choisi, il n'est plus possible de considérer que y et y' sont deux représentations différentes d'une même grandeur physique dont la valeur ne dépendrait pas de ce cadre.

A partir de là, on comprend que cela n'a pas de sens de parler de f<sub>1</sub> et de f<sub>2</sub> comme de deux hypothèses concurrentes pour lesquelles on opterait différemment selon le système de mesure choisi. En effet, si l'on comprend que l'expérience physique est toujours déjà une expérience mesurée, la situation dans laquelle on se trouve lorsqu'on élabore une loi empirique par induction est la suivante : le point de départ, c'est un ensemble de mesures qui présuppose le choix d'un système de mesure, lequel fournit par là même les grandeurs physiques dont il s'agit de déterminer les relations, c'est-à-dire les lois. Ce que prédisent les lois physiques, ce ne sont pas des phénomènes que l'on peut mesurer de façon arbitraire, ce sont des résultats d'opérations de mesure dont la nature et l'effectuation ne sont pas indépendantes du mode d'élaboration des lois elles-mêmes. Par conséquent,  $f_1$  et  $f_2$  ne peuvent apparaître comme des hypothèses concurrentes qu'au sein d'un même système, et non en dehors. Et on a raison de projeter f<sub>1</sub> si l'on corrèle x à y, comme on a raison de projeter f<sub>2</sub> si l'on corrèle x à y': on a dans les deux cas projeté la même hypothèse, à savoir la fonction la plus régulière confirmée par les données dont on dispose. Qu'une mesure ultérieure de y<sub>0</sub> valide l'une des projections et invalide donc l'autre montrera seulement que l'induction a conduit à une loi fausse dans l'un des deux cas, mais non que le critère qui a présidé à cette induction n'était pas légitime, seule question qui importe dans le cadre de la nouvelle énigme de l'induction<sup>24</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Mettant en relation le choix conventionnel d'une géométrie et celui d'un système de mesure, Poincaré affirme à plusieurs reprises que de ce choix dépend la simplicité des lois physiques élaborées. Il est important de remarquer que cette remarque ne contredit pas l'argumentation qui précède. Celle-ci consiste à établir que, quel que soit le cadre choisi, l'interpolation des fonctions doit s'appuyer sur un même critère de régularité. Pour un ensemble de mesures donné, c'est toujours ce critère qui préside à l'émission d'une hypothèse au sein d'une opération d'induction. Néanmoins, il n'est jamais

### 4. PERSPECTIVES

La discussion qui précède appelle l'élucidation de la question suivante : si l'on admet la validité des argumentations que l'on peut déployer à l'appui des traitements respectifs par Goodman et par Poincaré de la nouvelle énigme de l'induction, il faut comprendre où se situe la différence entre leurs positions philosophiques qui explique que les solutions qu'ils proposent sont différentes.

Sans avoir la place de la développer ici, nous ferons la suggestion suivante. L'argumentation de Goodman au sujet du prédicat « vleu » repose sur un cadre conceptuel qui donne une place essentielle au couple [sujet individuel / prédicat]. Cette argumentation n'est valide qu'une fois que l'on fixe un « découpage du monde », pour reprendre une expression chère à Goodman, en individus (ici : les émeraudes). Or, un des thèmes qui sous-tendent la philosophie de Poincaré - notamment sa critique de la métaphysique – consiste à contester la pertinence d'un tel cadre conceptuel, qui prend pour base la notion d'individu, en philosophie des mathématiques et de la physique; plus précisément, Poincaré conteste l'idée selon laquelle les objets et opérations mathématiques pourraient être décrits selon la distinction conceptuelle entre sujet et prédicat ou propriété. Remarquons que toute la discussion de notre troisième section a précisément consisté, en fin de compte, à mettre en évidence le fait qu'il n'est pas pertinent, si l'on veut comprendre ce qu'il y a de significatif dans l'usage des fonctions mathématiques en physique, de considérer une loi physique comme constituant une réalité indépendante (c'est-àdire un sujet logique, en l'occurrence un ensemble de couples de valeurs dont cela aurait un sens de parler indépendamment d'un cadre géométrique – d'un cadre de mesure), dont certaines propriétés, comme la forme des fonctions censées la

certain que la fonction ainsi choisie sera vérifiée par des mesures ultérieures. Si tel n'est pas le cas, il sera nécessaire de la corriger et l'on pourra ainsi être conduit à adopter des lois de plus en plus compliquées. C'est seulement à ce niveau de l'élaboration d'une théorie physique qu'il pourra être judicieux de modifier le cadre de manière à disposer de lois plus simples. Mais cette considération ne relève plus de la question du choix du type d'hypothèse au sein de l'induction. Le critère proposé par Poincaré pour ce choix et l'argumentation qui l'appuie en sont indépendants.

représenter, dépendraient du système de représentation choisi. Or, cette critique poincaréienne vise précisément des positions philosophiques qui, à l'instar de celle de Goodman, posent comme fondamentalement premiers des individus - en l'occurrence les points ou les ensembles de points « définissant » des fonctions (respectivement : les émeraudes) – et les distingue logiquement de leurs « propriétés » - en l'occurrence leur régularité (respectivement : leur couleur). L'argument du changement de variable, comme les considérations de Goodman au sujet du prédicat « grue », impliquent nécessairement que soient distingués et rendus dans une certaine mesure indépendants, d'une part, des entités considérées comme données, d'autre part, la détermination de certaines de leurs propriétés. Cette indépendance logique entre un sujet et ses propriétés apparaît, au sein de la philosophie de Poincaré, comme cadre conceptuel qui ne saurait permettre la compréhension de la pensée physico-mathématique.

### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

### ELGIN, C. Z. (éd.)

1997 The philosophy of Nelson Goodman, Tome II: Nelson Goodman's new riddle of induction, New York & London, Garland Publishing, 1997.

#### GOODMAN, N.

1984 Faits, fictions et prédictions, traduit de l'anglais par M. Abran, R. Houde, R. Larose, P. Jacob, Paris, Ed. de Minuit, 1984.

### HACKING, I.

1993 *Le plus pur nominalisme*, traduit de l'anglais par R. Pouivet, Combas, Editions de l'éclat, 1993.

#### HARMAN, G.

1994 «Simplicity as a criterion for deciding what hypotheses to take seriously », *in* D. Stalker (éd.), *Grue !*, Chicago-La Salle (Ill.), Open Court, 1994, pp. 153-171.

### HEMPEL, C. G.

1960 « Inductive inconstencies », in Elgin [1997], pp. 23-53.

### HULLETT, J., SCHWARTZ, R.

1967 « Grue : some remarks », in Elgin [1997], pp. 109-121.

### POINCARE, H.

1902 La science et l'hypothèse, Paris, Flammarion, 1968.

1905 La valeur de la science, Paris, Flammarion, 1970.

### PRIEST, G.

1976 « Gruesome simplicity », in Elgin [1997], pp. 152-157.